

# 基礎講座 3 挿入光源

理化学研究所 原 徹

## 1. 挿入光源とは

挿入光源とは、電子に進行方向と垂直な周期的な運動を与えることによって光を放射させるために、蓄積リングなどの加速器直線部に挿入される装置である。電子ビームに周期的な運動を与えるには、電場や磁場を用いることができるが、製作や運転の簡便さから永久磁石や電磁石の静磁場を用いた挿入光源が一般的である。放射光施設でもっとも広く利用されている、プラナー（平面）型挿入光源の概略図を図 1 に示す。挿入光源の磁場を表すパラメータとして、一般に  $K$  パラメータ（偏向定数）と呼ばれる値を用いる。

$K$  パラメータは、 $K = \frac{eB_u \lambda_u}{2\gamma m_e c}$  ( $e$ :電子の電荷、 $B_u$ :ピーク磁場、 $\lambda_u$ :磁場周期長、 $m_e$ :電子の静止質量、 $c$ :真空中の光速、MKS 単位系) で定義され、磁場の周期長と磁場強度に比例するパラメータである。特に  $K \ll 1$  の磁場をもつ挿入光源を、アンジュレータと呼ぶ。

特に  $K \ll 1$  の磁場をもつ挿入光源を、アンジュレータと呼ぶ。

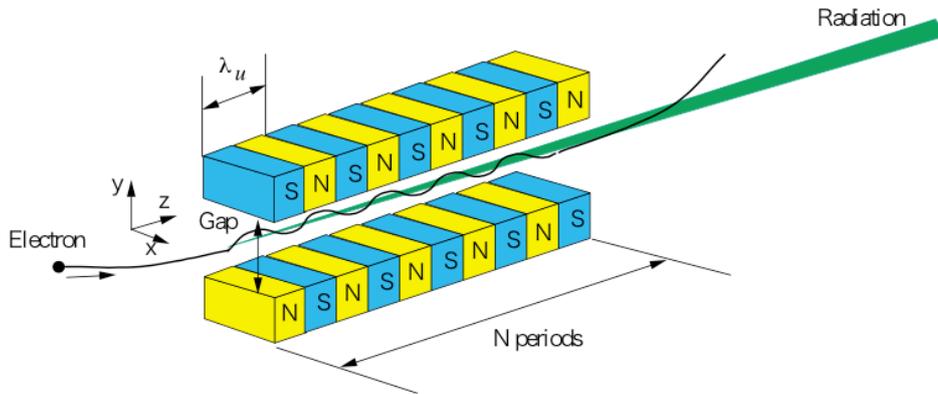


図 1 挿入光源の概略図

図 1 のようなアンジュレータの、 $Z$  軸上磁場は  $B_y(z) = B_u \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda_u}\right)$  のような  $Y$  方向のサイン磁場となるため、電子ビーム軌道はローレンツ力により  $X$  方向に蛇行するサイン軌道となる。この時、 $\frac{K\lambda_u}{2\gamma}$  は電子軌道の振幅、 $\frac{K}{\gamma}$  がその最大勾配となる（図 3 参照）。但し  $\gamma$  はローレンツ因子で、電子ビームエネルギーを電子の静止質量を割ったものである ( $\gamma = \frac{E_e}{m_e c^2}$ )。本講義では、SPring-8 など

の放射光施設で、主に挿入光源として用いられているアンジュレータについて、放射光の発生原理とその特徴について説明する。以下の本文中では図 1 に示したように、電子ビームの進行方向を Z 軸、進行方向と垂直に Y 軸、水平に X 軸をとることとする。

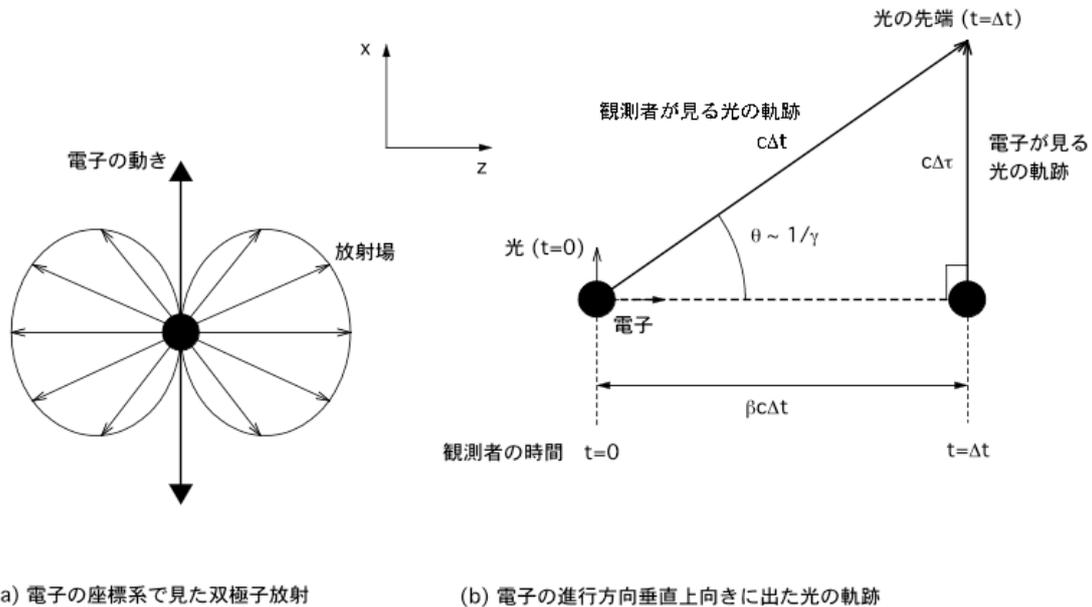


図2 相対論的な速度を持つ電子からの光の角度分布

## 2. アンジュレータ放射光

電子の静止エネルギーよりもはるかに大きいエネルギーまで加速された電子ビームを、相対論的な電子ビームという ( $\gamma \gg 1$ )。これは電子の速度が光速に近づき、相対論的な効果が顕著になるためである。例えば 1GeV の電子ビームは  $\gamma \approx 2000$  であるが、その速度は電子の速度  $v$  を光速  $c$  で割った値を  $\beta$  とすると

$$\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \quad (1)$$

より、光速の 99.999987% となる。このような電子がアンジュレータ内で蛇行軌道を進んだ時に、電子から放出される電磁波を考える。図 1 で電子自身とともに Z 方向に移動する電子座標系にのって考えると、電子の蛇行運動は単振動である。単振動している電子からの電磁波の放射は、アンテナなどでよく知られた双極子放射で、図 2(a) のような穴のないドーナツ型の放射角度分布を持つ。これを地上にいる観測者が見ると、どうなるであろうか？ 仮に  $t = 0$  時に、X 軸方向上向きに放射された光の軌跡を考えてみる。 $t = \beta t$  後には電子は Z 方向におよそ  $\beta c t$  だけ進んでいるが (図 2(b) 参照)、電子から光をみると垂直上向きに  $c \beta t$  だけ進んでいるように見えるであろう ( $\beta t$  は電子系の時間)。一方

地上の観測者には、光が Z 軸に対して角度  $\theta$  の方向に  $c\Delta t$  だけ進んだように見える。式(1)を代入して、 $\cos\theta = \frac{c\Delta t}{c\Delta t}$  から  $\theta = \frac{1}{\beta}$  となることがわかる。つまり図 2(a) のような電子から前方 ( $Z > 0$ ) に放射された光は、地上にいる観測者から見ると頂角  $\frac{1}{\beta}$  程度の鋭い円錐状の光となる。これが放射光の指向性のよさの理由である。また Z 軸上にいる観測者からみた光の偏光は、電子の振動方向である X 方向の直線偏光になっている。

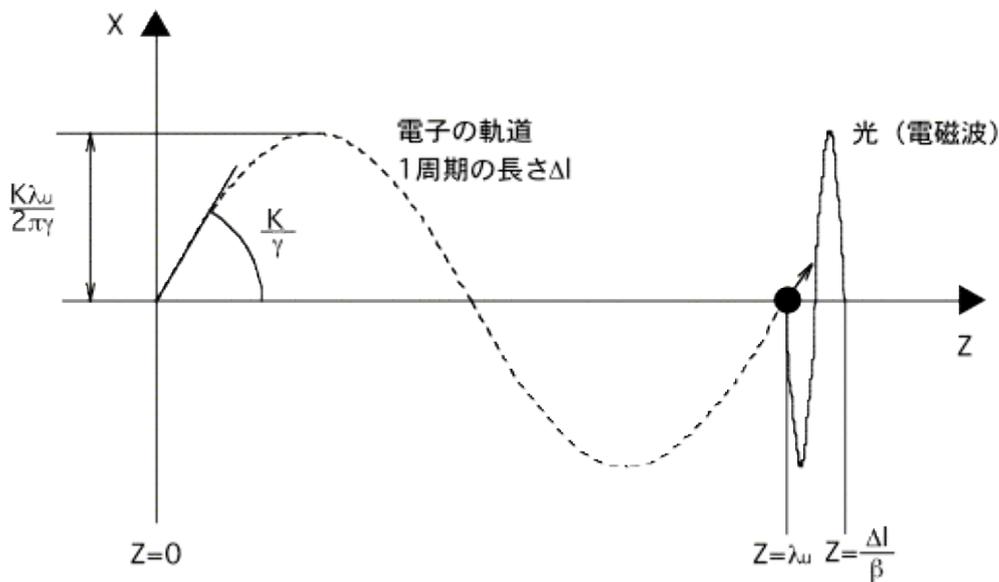


図3 挿入光源からの放射光の波長

次に、Z 軸上にいる観測者から見るアンジュレータ放射光の波長を考える。図 3 のように、 $Z = 0$  からスタートした電子がアンジュレータ磁場によって一周分蛇行して  $Z = \Delta l$  まで達したとする。このとき  $Z = 0$  で電子から放射された光の先端は、電子より速く光速で進むため  $Z = \Delta l$  よりも先に到達している。電子のサイン軌道は、その振幅が  $\frac{K\Delta l}{2\Delta l}$  であることから、 $Z = 0$  から  $Z = \Delta l$  までの電子軌道の長さ  $\Delta l$  を求めると

$$\Delta l = \int_{Z=0}^{Z=\Delta l} \sqrt{1 + \left(\frac{K\Delta l}{2\Delta l} \sin\left(\frac{2kz}{\Delta l}\right)\right)^2} dz = \Delta l \left(1 + \frac{K^2}{4\beta^2}\right) \quad (2)$$

となり、電子が速度  $\beta c$  で  $\Delta l$  を移動する間に  $Z = 0$  で放射された光は、 $Z = \frac{\Delta l}{\beta} c = \frac{\Delta l}{\beta}$  まで到達している。つまり、電子がアンジュレータ磁場一周分を動く間に放射される 1 波長の光の長さは

$\lambda = \frac{\lambda_0}{\beta} \cos \theta$  であり、 $\lambda$  と  $\lambda_0$  に式(1)と(2)を入れて計算すると、光の波長（基本波）は

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{2\beta^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \quad (3)$$

となることがわかる。N 周期の磁場をもつアンジュレータの場合、1 個の電子から放出される基本波の光もまた波長 N 個が続く波となり、そのスペクトルは線幅  $\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)$  が  $\frac{1}{N}$  程度のピークをもつ準単色光となる。また式(3)からわかるように、アンジュレータ磁場の強度(K)を変えると、基本波の光の波長を変えることができる。磁場の強さを強くする (K 大) と、電子は大きく回り道をするため放射光の波長は長く (光子エネルギーは低く) なり、磁場を弱くする (K 小) と波長は短く (光子エネルギーは高く) なる。通常アンジュレータ磁場の強さは、電磁石を使っている場合は電流値で、永久磁石の場合は図 1 の磁石間ギャップを変えて調整することができる。図 3 は電子の軌道を誇張して描いてあるが、実際には磁場周期長  $\lambda_0$  が cm のオーダーであるのに対し、電子軌道の振幅は  $\mu\text{m}$  のオーダーである。

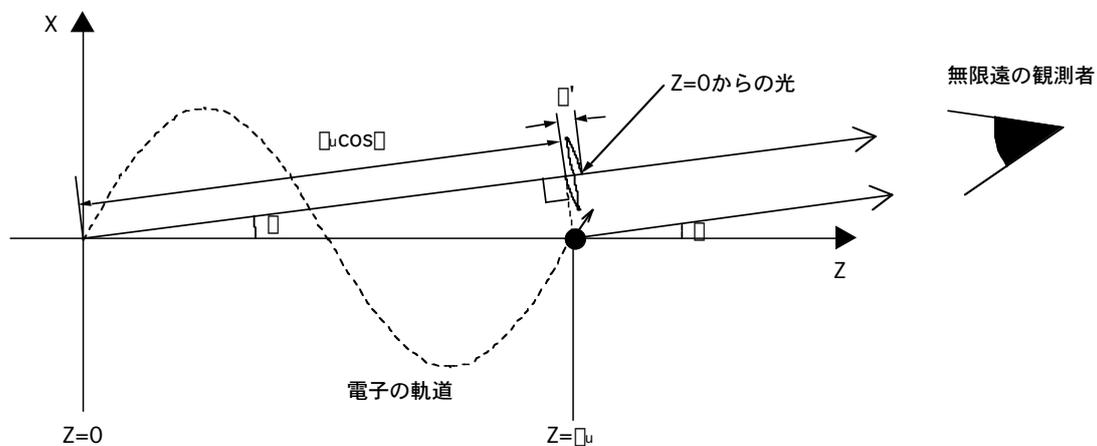


図4 軸外放射光の波長

観測者が Z 軸から  $\theta$  だけ離れた角度で見ている場合は、図 4 のように  $Z=0$  からの光と  $Z=\lambda_0$  からの光の位相が揃っている波長  $\lambda$  で光は強め合う。この  $\lambda$  が満たすべき条件は、式(3)を求めた時

と同様に  $\lambda = \frac{\lambda_0}{\beta} \cos \theta$  で、これを計算してやればよい。

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{2\beta^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \beta^2 \theta^2\right) \quad (4)$$

式(3)と(4)から明らかに Z 軸外の放射光の波長は、Z 軸上の光の波長よりも長い (光子エネルギーが

低い) ことがわかる。この性質は、スリット等を用いてアンジュレータ光の光軸を探す場合に重要な手段を提供している。

### 3. アンジュレータとウィグラー

今度は、アンジュレータの磁場強度 ( $K$ ) を変化させた時の、 $Z$  軸上にいる観測者が見る光の電場を考えてみる。電子ビームエネルギー8GeV、磁場周期長  $3.2\text{cm} \times 10$  周期のアンジュレータについて、 $K$  パラメータを変化させた時、観測者が見る光の電場の時間波形は図5のように変わる。図5の右側には、各光のスペクトルを示した。 $K$  パラメータが大きくなるにつれて、電子軌道の振れ角 ( $\frac{K}{\beta}$ ) が大きくなる。前述したように電子からの放射光の角度広がり  $\frac{1}{\beta}$  程度であるため、 $K > 1$  になると  $Z$  軸上の観測者には電子からの光が一部見えにくくなり、 $K \gg 1$  になると電子軌道が  $Z$  軸に平行になる瞬間 (サイン軌道の頂点に電子が来た時) だけ光を観測するようになる。このため  $K$  が大きくなると観測される光の電場はサイン波形からずれ、 $K=10$  ではデルタ関数的な形をしていることがわかる (図5(c))。このような電場の時間波形のフーリエ変換を、2乗したものがパワースペクトルであるから、 $K$  が大きい場合は、式(3)で示した基本波 (1次光) 波長以外に奇数次高調波が現れることが理解できるであろう。図5(c)のように、 $K \gg 1$  になるとそのスペクトルは無数の高調波のピークが重なり合うため、白色光源に近くなる。このような挿入光源はウィグラーと呼んで、アンジュレータと一般に区別している。

ビームラインで行われているほとんどの実験では、単色光源が求められている。このため SPring-8 を含め現在の第3世代と呼ばれる新しい放射光施設では、準単色光源であるアンジュレータを挿入光源としてもっばら用いている。ただウィグラーは、磁場を大きくすれば非常に高いエネルギーの光を出することができるため、高エネルギー光 (SPring-8 では数 100keV) が必要な実験には現在も用いられている。

### 4. 円偏光アンジュレータ

これまで説明してきたプラナーアンジュレータは、磁場が垂直方向 ( $Y$  方向) のみのアンジュレータで、軸上放射光の偏光は水平直線偏光であった。もしビームラインの実験で、円偏光が必要な場合はどうすればよいであろうか? 5keV より高いエネルギーの光であれば、ダイヤモンド結晶などを使った  $\frac{\beta}{4}$  や  $\frac{\beta}{2}$  波長板があるので、プラナーアンジュレータからの光の偏光を波長板で変えればよい。しかし 5keV より低い軟 X 線の領域では、今のところ有用な波長板がないため、アンジュレータで円偏光を作り出してやる必要がある。

円偏光の放射光を得るには、水平方向に単振動だったアンジュレータ内の電子軌道に加えて、位相が  $90^\circ$  ずれた垂直方向の単振動の動きを電子に与えてやればよい。即ち電子軌道を螺旋状にしてやると、出てくる光の偏光が円偏光になる。水平と垂直両方向に位相が  $90^\circ$  ずれたサイン磁場を

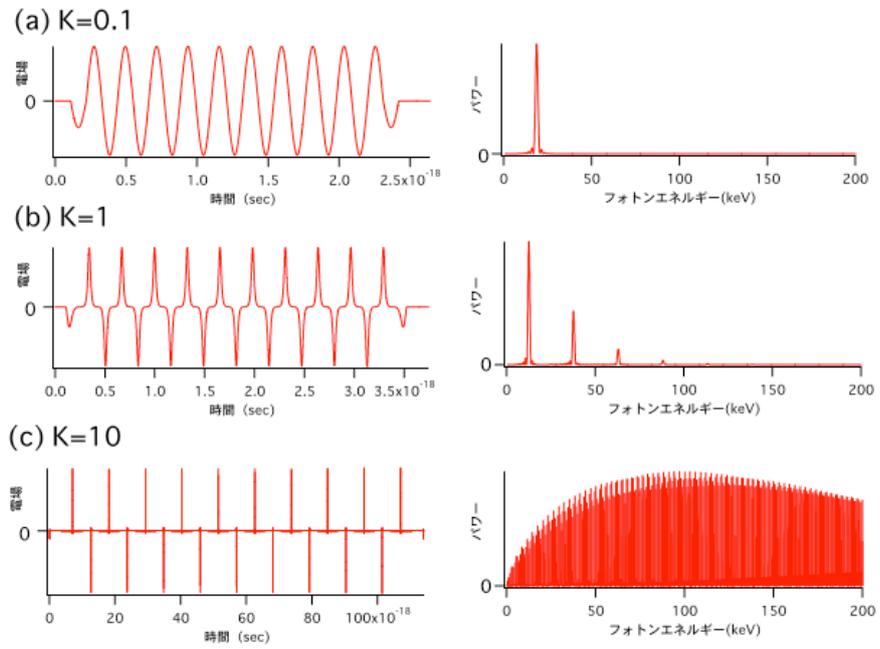


図5 K値の違いによるスペクトルの変化

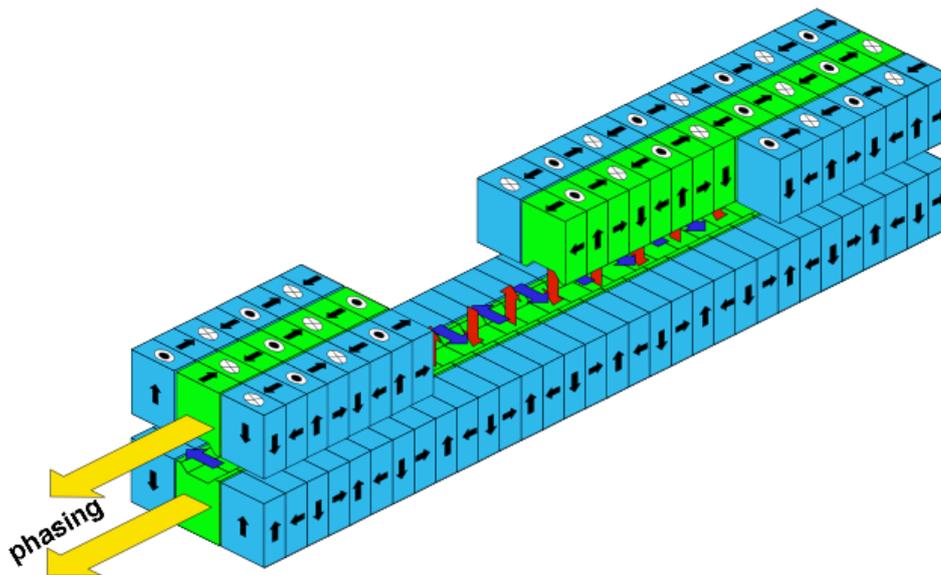


図6 Helical Undulator (Spring-8 type)

作り出すアンジュレータをヘリカルアンジュレータといい、その磁石配置の例を図6に示す。図6のヘリカルアンジュレータには上下3列の磁石列があり、中央2列の磁石列が垂直方向のサイン磁場を、両脇4列の磁石列が水平方向のサイン磁場をZ軸上に与えている。垂直と水平磁場間の位相は、中央2列の磁石列をZ方向に動かすことにより変えられ、左右どちらの円偏光の光も得ることができる。

ヘリカルアンジュレータには円偏光の他に、高調波がすべてZ軸外に放射されるという重要な特徴がある。つまりZ軸上には基本波の光しか来ないため、高調波がノイズになるような実験には有利である。また、Z軸上にスリット等を置くことにより、全パワーの大部分を占める高調波をカットしてしまえば、光学系への熱負荷を大幅に低減できる。Kパラメータの値に関わらず、Z軸上に高調波が放射されないのは、螺旋軌道ではZ軸上の観測者からみた電子のZ方向速度が常に一定で、観測者から見た電場の時間波形の水平および垂直平面への投影が、常にサイン波になることに起因している。

## 5. 高輝度放射光

アンジュレータ光の明るさを表す時に、輝度という言葉がよく用いられる。第3世代放射光光源の特徴は、"高輝度"である。ここで注意しなければいけないのは、高輝度というのはトータルの光の量（全パワー）が大きいということではなく、放射光の光の密度が高いということである。これまでに説明したアンジュレータ光の性質は、いずれも電子1個からの放射光を仮定したものであった。しかし実際の加速器では、いくつもの電子が固まって動いている（電子1個からの放射光など弱すぎて使い物にならない）。例えばSPring-8の場合、 $10^{10}$ 個ぐらいの電子が固まりとしてバンチを形成して蓄積リングの中を回っている。このためビームラインの実験者が実際に使う放射光は、電子1個から出る光を $10^{10}$ 個合わせた光となる。この時、バンチ内の電子密度が高密度であれば出てくる光も高輝度に、低密度であれば低輝度になるのである。つまり最新の高輝度放射光源とは、狭い範囲に固まった電子が同じように動くことによって、各々の電子から出る放射光を狭い範囲に集め高密度に足し合わせることによって実現されている。30年前の加速器と最新のSPring-8を光の全量で比べれば、いずれも単に電子1個あたりの光の $10^{10}$ 倍になっているだけで同じである。いかにバンチ内の電子が狭い範囲にいるかを示すパラメータには、電子ビームエミッタンスとエネルギーブレッドが用いられる。エネルギーブレッドはバンチ内電子のエネルギーのばらつきを、エミッタンスは電子バンチの空間的な広がりを各々表している。エミッタンスは水平方向と垂直方向について、電子ビーム径とビームの角度広がりとの掛け算で定義され、一般に単位は $\text{nm}\cdot\text{rad}$ や $\text{mm}\cdot\text{mrad}$ が用いられている。光をレンズで集光する時と同じように、電子ビームも収束電磁石を使って小さく絞れば角度広がりは大くなり、発散電磁石を使ってビーム径を大きくすれば角度広がり小さくなる。しかしビーム径と角度広がりとの掛け算であるエミッタンスは、常に不変量として電子ビームの品質を表している。つまりビームエミッタンスが小さい加速器ほど、電子や放射光が狭い範囲に集まっている高輝度光源となりうるのである。もちろん挿入光源として、ウィグラーではなくアンジュレータを使った方が、輝度が

高くなることはいうまでもない。

放射光の光量を表す単位はいくつかあるので、以下にその定義を挙げる。

•全パワー (Total power)

単位時間あたりに放射される光のパワーを、すべての波長について全放射角で積分したもの。単位は kW など。電子ビームのエミッタンスには依存しない。

•全光束 (Total flux)

単位時間あたり、単位光子エネルギーバンド幅に放出される光子数を、全放射角で積分したもの。単位は photons/sec in 0.1%b.w. など (0.1%b.w.は光子エネルギーに対しバンド幅 0.1%に入っている光子数という意味)。電子ビームのエミッタンスには依存しない。

•光束密度 (Flux density)

単位時間、単位立体角あたり、単位光子エネルギーバンド幅に放出される光子数。単位は photons/mrad<sup>2</sup>/sec in 0.1%b.w. など。電子ビームの角度広がり小さいほど、高光束密度が得られる。1電子からの放射光の光束密度は、アンジュレータが長くなれば周期数の 2 乗に比例して大きくなる。

•輝度 (Brilliance)

単位時間、単位立体角、単位光源面積あたり、単位光子エネルギーバンド幅に放出される光子数。単位は photons/mrad<sup>2</sup>/mm<sup>2</sup>/sec in 0.1%b.w. など。電子ビームのエミッタンスが小さいほど、高輝度になる。

## 6. アンジュレータ光の性質

•角度広がり

図 1 のようなプラナーアンジュレータによる電子 1 個からの放射全パワーの角度広がり、電子軌道が蛇行する X 方向には電子軌道の傾きである  $\frac{K}{\lambda}$  (図 3) 程度、電子軌道が一定である Y 方向には相対論的な速度をもつ電子からの放射角度  $\frac{1}{\gamma}$  (図 2) 程度となる。実際の放射光パワーの角度広がり、これらの角度広がり、と電子ビーム自体の角度広がりとのコンボリューションで求められる。

一方、実験で用いるアンジュレータの基本波や高調波の波長での光の角度広がり (分光器通過後の広がり) は、どうなるであろうか? 光には不確定性原理から導かれる回折限界があり、波長

$\lambda$  の光の光源サイズ  $\Delta r$  と角度広がり  $\Delta \theta_r$  の積 (光のエミッタンス) は、 $\Delta r \Delta \theta_r \geq \frac{\lambda}{4\pi}$  となる。これを長さ  $N\lambda_u$  (周期数×周期長) のアンジュレータの場合に当てはめると、大雑把にいて図 7 のようになる。

即ち、 $\Delta r \Delta \theta_r \geq N\lambda_u$  とすれば  $\Delta r \geq \sqrt{\frac{\lambda_u N \lambda_u}{2\lambda}}$ 、 $\Delta \theta_r \geq \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda_u N \lambda_u}}$  程度になる。より正確にアンジュレータ光の光源サイズと角度広がりを計算すると、 $\Delta r \geq \frac{1}{4\pi} \sqrt{2\lambda_u N \lambda_u}$ 、 $\Delta \theta_r \geq \sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda_u N \lambda_u}}$  という値が得ら

れる。実際のアンジュレータでは、これら光のエミッタンスと電子ビームエミッタンスのコンボリューションが最終的な光源のサイズと角度広がりを決める。

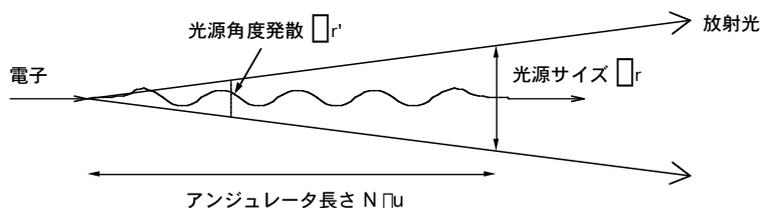


図7 アンジュレータの光源サイズ

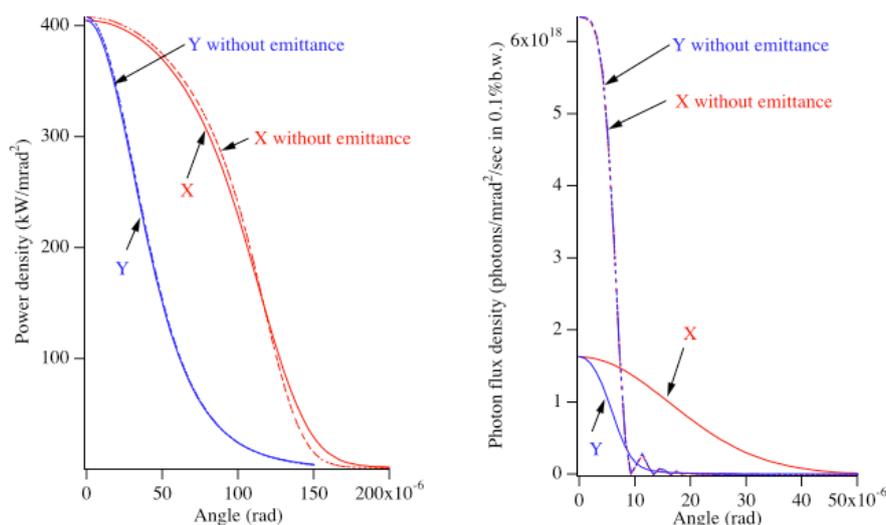


図8 アンジュレータ放射光の全パワー（左）と基本波（右）の角度分布  
 Xが水平軸上、Yは垂直軸上の分布で、点線は電子ビームのエミッタンスを0とした場合（without emittance）。  
 （計算パラメータはSPring-8標準型真空封止アンジュレータでK=2とした）

それでは実際に SPring-8 で最も多く使われている標準型真空封止アンジュレータ（周期長 3.2cm、周期数 140）について、全パワー分布と基本波（K=2）の角度分布を計算してみる（図8）。SPring-8 の電子ビームのエミッタンスは水平方向が 6nmrad、垂直方向は 18pmrad で、電子ビームの広がりには水平が約 15 μrad、垂直が 2 μrad 程度である。これに対し 1 個の電子から放射されるパワー分布の広がりには  $\frac{1}{K} \approx 64 \mu\text{rad}$ 、 $\frac{K}{K} \approx 128 \mu\text{rad}$  であるので、図8の左図に示したように、放射光パワーの角度分布に電子ビームの広がりへの影響はほとんど見られない。一方基本波波長（約 0.2nm）の光の角度分布は、回折限界から来る広がり  $\Delta r_r \approx \sqrt{\frac{\Delta r}{2N\lambda_u}} \approx 5 \mu\text{rad}$  であるため、水平方向の角度広がりには電子

ビームの、垂直方向の広がりほぼ光のエミッタンスで決まっていることがわかる（図8右図）。また図8から、全放射パワーの角度広がり基本波の広がりよりも10倍近く大きく、スリット等を用いて軸上の基本波のみを切り出せば、余分な波長の光をシャットアウトすると同時に光学系への熱負荷を減らすことができる。

・スペクトル

最後にアンジュレータの軸上放射光のスペクトルの例を、図9にあげる。計算で仮定したパラメータは図8と同じである。電子1個から放射される6.3keVの基本波（1次光）のスペクトル幅は大体  $\frac{1}{N} = \frac{1}{140}$ （約50eV）であるのに対し、図9のスペクトルではかなり広がっている。これは、電子ビームのエネルギーブレッド（SPring-8で0.1%）とエミッタンスによるものである。特に短波長光の光のエミッタンスは波長に比例して小さくなるため、相対的に電子ビームエミッタンスの効果が大きくなり、スペクトルの低エネルギー側にテールが現れる。これは、Z軸に平行でない電子からの放射光が、式(4)でθが0でない軸外の低エネルギー光として入ってくるためである。

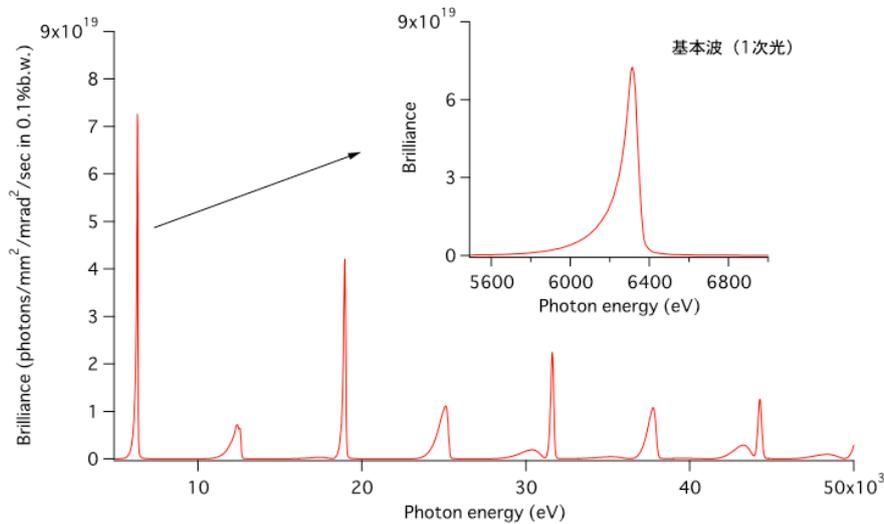


図9 アンジュレータの軸上放射光スペクトル  
 (計算パラメータはSPring-8標準型真空封止アンジュレータでK=2とした)

7. おわりに

ここで述べたアンジュレータ光は、電子1個からの光の干渉効果を使っているものの、その強度はバンチ内電子数に比例する熱的な光源で、ボーズ縮重度などはレーザー光には遠く及ばない。それに対し、各電子から出る光の位相を揃えることにより、電子数の2乗に比例するような光の放射を次世代放射光源と呼ばれる自由電子レーザーでは目指している。この次世代光源にもアンジュレータが使われていることを、最後に付け加えておく。