

# 基礎講座 3 挿入光源

理化学研究所 原 徹

## 1. 挿入光源とは

挿入光源とは、電子に進行方向と垂直な方向に周期的な運動を与えることによって光を放射させるために、蓄積リングなどの加速器直線部に挿入される装置である。電子ビームに周期的な運動を与えるには、電場や磁場を用いることができるが、製作や運転の簡便さから永久磁石や電磁石の静磁場を用いた挿入光源が一般的である。放射光施設でもっとも広く利用されている、プラナー（平面）型挿入光源の概略図を図 1 に示す。図 1 のようなアンジュレータの Z 軸上磁場は Y 方向サイン磁場 ( $B_y(z) = B_u \sin(\frac{2\pi z}{\lambda_u})$ ) になり、アンジュレータ内の電子ビーム軌道はローレンツ力によって X 方向に蛇行するサイン軌道となる。挿入光源の磁場を表すパラメータとして、一般に K パラメータ（偏向定数）と呼ばれる値を用いる。K パラメータは、 $K = \frac{eB_u \lambda_u}{2\pi m_e c}$  ( $e$ : 電子の電荷、 $B_u$ : ピーク磁場、 $\lambda_u$ : 磁場周期長、 $m_e$ : 電子の静止質量、 $c$ : 真空中の光速、MKS 単位系) で定義され、磁場の周期長と磁場強度に比例するパラメータである。この時、電子ビームのサイン軌道振幅は  $\frac{K\lambda_u}{\gamma 2\pi}$ 、その最大勾配は

$\frac{K}{\gamma}$  になる（図 3 参照、 $\gamma$  はローレンツ因子で電子ビームエネルギーを電子の静止質量を割ったもの、

$\gamma = \frac{E_e}{m_e c^2}$ ）、特に  $K = 1$  の磁場をもつ挿入光源を、アンジュレータと呼ぶ。

本講義では、SPring-8 などの放射光施設で、主に挿入光源として用いられているアンジュレータについて、放射光の発生原理とその特徴について説明する。以下の本文中では図 1 中に示したように、電子ビームの進行方向を Z 軸、垂直方向を Y 軸、水平方向を X 軸とする。

## 2. アンジュレータ放射光

電子の静止エネルギーよりもはるかに大きいエネルギーまで加速された電子ビームを、相対論的な電子ビームという ( $\gamma \gg 1$ )。これは電子の速度が光速に近づき、相対論的な効果（電子の質量が重くなる）が顕著になるためである。例えば 1GeV の電子ビームは  $\gamma = 2000$  であるが、その速度は、電子の速度  $v$  を光速  $c$  で割った値を  $\beta$  とすると

$$\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \quad (1)$$

より、光速の 99.999987% であることがわかる。このような電子がアンジュレータ内で蛇行軌道を進んだ時に、電子から放出される電磁波を考えてみる。図 1 で電子自身とともに Z 方向に移動する電子座

標系から電子を見ると、電子の蛇行運動は単振動に見える。単振動している電子からの電磁波の放射は、アンテナなどでよく知られた双極子放射であり、図 2 (a)のような穴のないドーナツ型の放射角度分布を持つ。

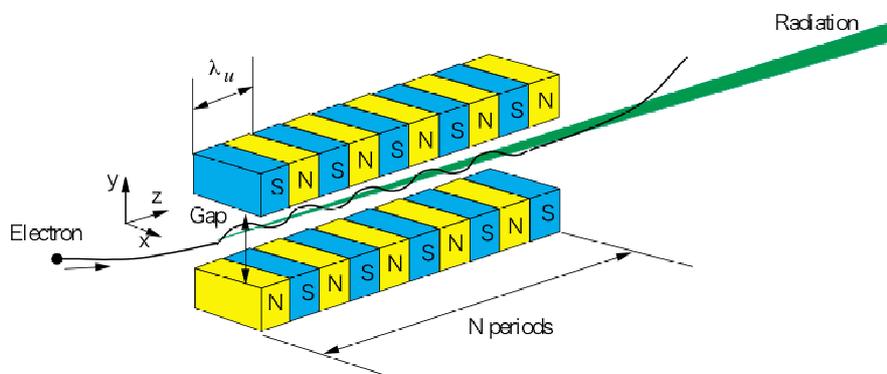
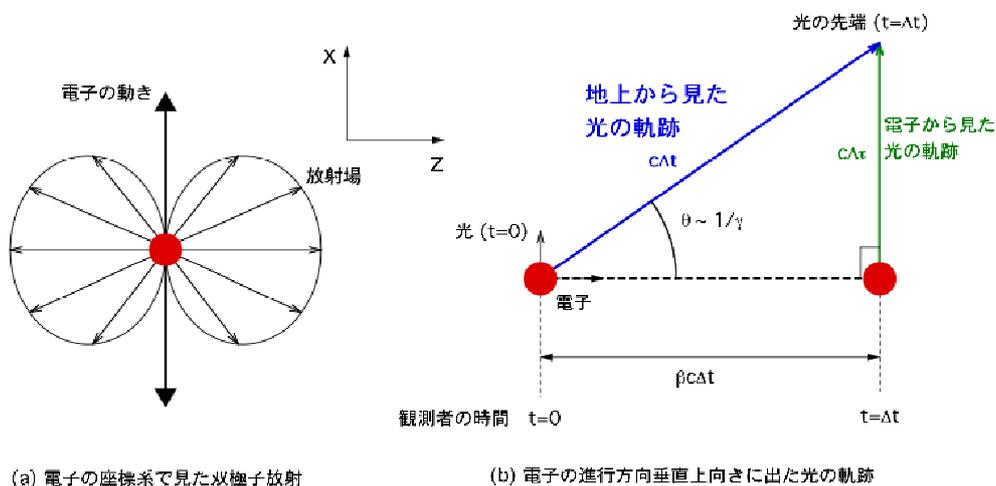


図1 挿入光源の概略図



(a) 電子の座標系で見た双極子放射

(b) 電子の進行方向垂直上向きに出た光の軌跡

図2 相対論的な速度を持つ電子からの光の角度分布

これを地上にいる観測者が見ると、どうなるであろうか？例えば  $t = 0$  時に、 $X$  軸方向上向きに放射された光の軌跡を考えてみる。 $t = t$  後には電子は  $Z$  方向におよそ  $\beta c t$  だけ進んでいるが（図 2 (b) 参照）電子から光をみると垂直上向きに  $c \tau$  だけ進んでいるように見えるであろう（ $\tau$  は電子系の時間）。一方地上の観測者からは、光が  $z$  軸に対して角度  $\theta$  の方向に  $c t$  だけ進んだように見える。 $\beta$  に式(1)を代入して、 $\cos\theta = \frac{\beta c t}{c t}$  から  $\theta$  を求めると  $\theta = \frac{1}{\gamma}$  となることになる。つまり図 2 (a) のような電子から前方 ( $Z > 0$ ) に放射された光は、地上にいる観測者からは頂角  $\frac{1}{\gamma}$  程度の鋭い円錐状の光とって見える。これが放射光の指向性のよさの理由である。また光の偏光は、電子の振動方向である  $X$  方向の直線偏光になる。

次に、 $Z$  軸上にいる観測者から見るアンジュレータ放射光の波長を考える。図 3 のように、

$Z=0$ からスタートした電子がアンジュレータ磁場によって一周分蛇行して $Z=\lambda_u$ まで達したとする。このとき $Z=0$ で電子から放射された光の先端は、電子より速く光速で進むため $Z=\lambda_u$ よりも先に到達している。電子のサイン軌道は、その振幅が $\frac{K\lambda_u}{2\pi\gamma}$ であることから、 $Z=0$ から $Z=\lambda_u$ までの電子軌道の長さ  $l$ を求めると

$$l = \int_{Z=0}^{Z=\lambda_u} \sqrt{1 + \frac{K\lambda_u}{2\pi\gamma} \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda_u}\right)^2} dz = \lambda_u \left(1 + \frac{K^2}{4\gamma^2}\right) \quad (2)$$

となり、電子が速度 $\beta c$ で  $l$ を移動する間に $Z=0$ で放射された光は、 $Z = \frac{l}{\beta c} = \frac{l}{\beta}$ まで到達している。つまり、電子がアンジュレータ磁場一周分を動く間に放射される 1 波長の光の長さは $\lambda = \frac{l}{\beta} - \lambda_u$ であり、 $\beta$ と  $l$ に式(1)と(2)を入れて計算すると、光の波長(基本波)は

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \quad (3)$$

となることがわかる。

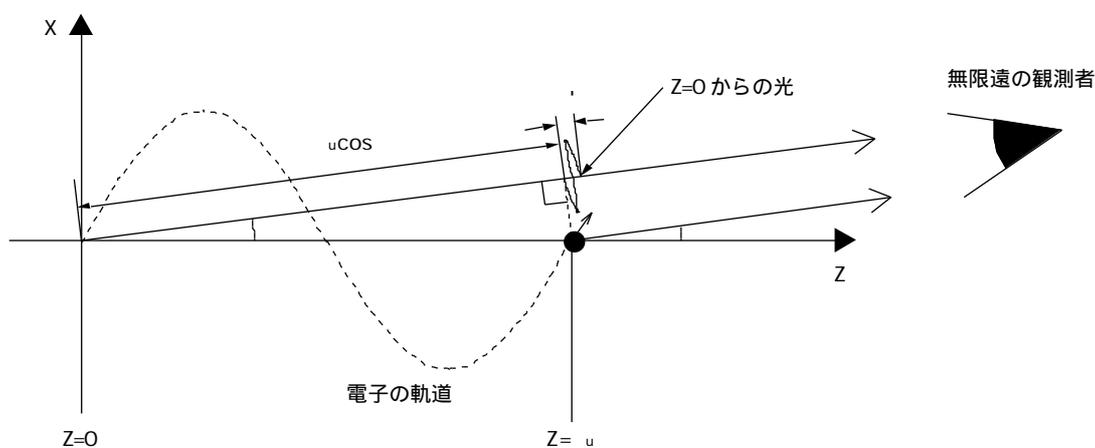


図4 軸外放射光の波長

$N$  周期の磁場をもつアンジュレータの場合、1 個の電子から放出される基本波の光もまた波長  $N$  個分が続く波連となり、そのスペクトルは線幅  $\left(\frac{\lambda}{\lambda}\right)$  が  $\frac{1}{N}$  程度のピークをもつ準単色光となる。また式(3)からわかるように、アンジュレータ磁場の強度( $K$ )を変えると、基本波の光の波長を変えることができる。磁場の強さを強くする ( $K$  大) と、電子は大きく回り道をするため放射光の波長は長く (光子エネルギーは低く) なり、磁場を弱くする ( $K$  小) と波長は短く (光子エネルギーは

高く)なる。通常アンジュレータ磁場の強さは、電磁石を使っている場合は電流値で、永久磁石の場合は図1の磁石間ギャップを変えて調整することができる。図3は電子の軌道を誇張して描いてあるが、実際には磁場周期長 $\lambda_u$ がcmのオーダーであるのに対し、電子軌道の振幅は $\mu\text{m}$ のオーダーである。

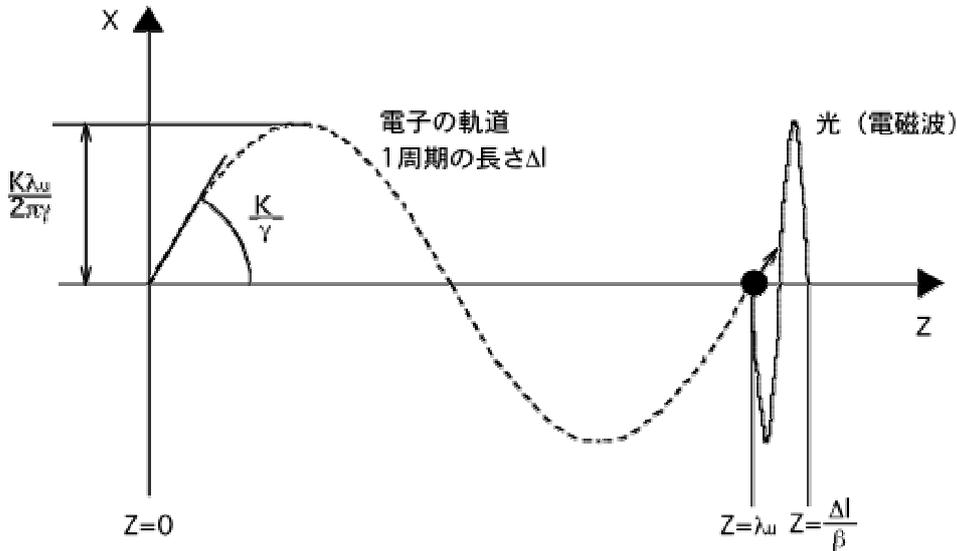


図3 挿入光源からの放射光の波長

観測者がZ軸から  $\theta$  だけ離れた角度で見ている場合は、図4のように  $Z=0$  からの光と  $Z=\lambda_u$  からの光の位相が揃っている波長  $\lambda'$  で光は強め合う。この  $\lambda'$  が満たすべき条件は、式(3)を求めた時と同様に  $\lambda' = \frac{l}{\beta} - \lambda_u \cos\theta$  で、これを計算してやればよい。

$$\lambda' = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} (1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2) \quad (4)$$

式(3)と(4)から明らかにZ軸外の放射光の波長は、Z軸上の光の波長よりも長い(光子エネルギーが低い)ことがわかる。

### 3. アンジュレータとウィグラー

今度は、アンジュレータの磁場強度 (K) を変化させた時の、Z軸遠方上にいる観測者が見る光の電場を考えてみる。電子ビームエネルギー 8GeV、磁場周期長 3.2cm × 10 周期のアンジュレータについて、K パラメータを変化させた時、観測者が見る光の電場の時間波形は図5のように変わる。図5の右側には、各光のスペクトルを示した。K パラメータが大きくなるにつれて、電子軌道の振れ角 ( $\frac{K}{\gamma}$ ) が大きくなる。前述したように電子からの放射光の角度広がり  $\frac{1}{\gamma}$  程度であるため、 $K > 1$  になるとZ軸上の観測者には電子からの光が一部見えにくくなり、 $K \gg 1$  になると電子軌道が

Z 軸に平行になる瞬間（サイン軌道の頂点に電子が来た時）だけ光を観測するようになる。このため  $K$  が大きくなると観測される光の電場はサイン波形からずれ、 $K=10$  ではデルタ関数的な形をしていることがわかる（図 5 (c)）。このような電場の時間波形のフーリエ変換を、2 乗したものがパワースペクトルであるから、 $K$  が大きい場合は、式 (3) で示した基本波（1 次光）波長以外に奇数次高調波が現れることが理解できるであろう。図 5 (c) のように、 $K \gg 1$  になるとそのスペクトルは無数の高調波のピークが重なり合うため、白色光源に近くなる。このような挿入光源はウィグラーと呼んで、アンジュレータと一般に区別している。

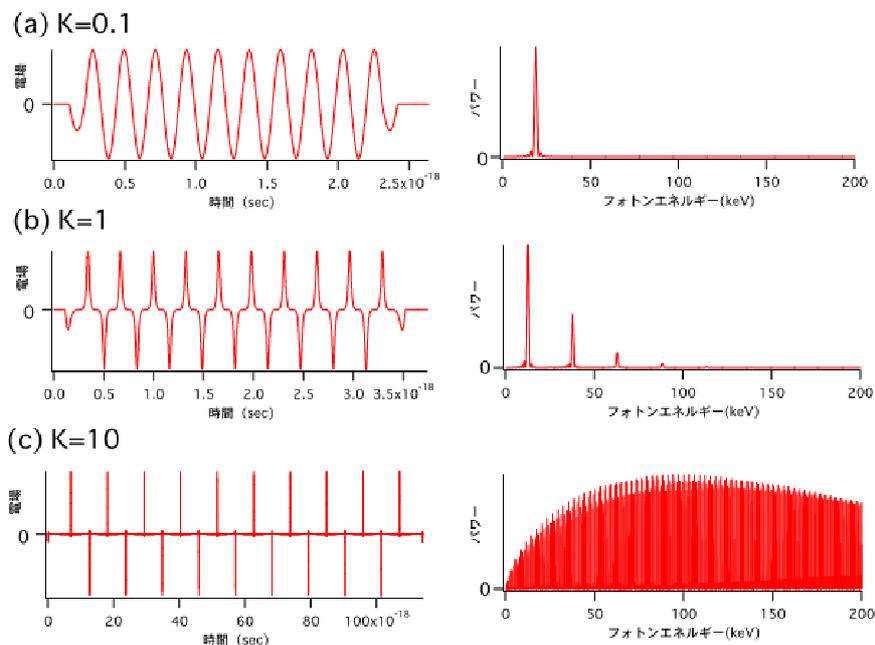


図5 K値の違いによるスペクトルの変化

ビームラインで行われているほとんどの実験では、単色光源が求められている。このため SPring-8 を含め現在の第 3 世代と呼ばれる新しい放射光施設では、準単色光源であるアンジュレータを挿入光源としてもっぱら用いている。ただウィグラーは、磁場を大きくすれば非常に高いエネルギーの光を出すことができるため、高エネルギー光（SPring-8 では数 100keV）が必要な実験には現在も用いられている。

#### 4. 高輝度放射光

アンジュレータ光の明るさを表す時に、輝度という言葉がよく用いられる。第 3 世代放射光光源の特徴は、"高輝度"である。ここで注意しなければならないのは、高輝度というのは光の総量（全パワー）が大きいということではなく、放射光の光の密度が高いということである。これまでに説明したアンジュレータ光の性質は、いずれも電子 1 個からの放射光を仮定したものであった。しかし実際の加速器では、いくつもの電子が固まって動いている（電子 1 個からの放射光など弱すぎて使い物にならない）。例えば SPring-8 の場合、 $10^{10}$  個ぐらいの電子が固まりとしてバンチを形成して蓄積

リングの中を回っている。このためビームラインの実験者が実際に使う放射光は、電子 1 個から出る光を  $10^{10}$  個合わせた光となる。この時、バンチ内の電子密度が高密度であれば出てくる光も高輝度に、低密度であれば低輝度になるのである。つまり最新の高輝度放射光源とは、狭い範囲に固まった電子が同じように動くことによって、各々の電子から出る放射光を狭い範囲に集めて高密度に足し合わせるによって実現されている。30 年前の加速器も最新の SPring-8 も光の総量で比べれば、いずれも単に電子 1 個あたりの光の  $10^{10}$  倍になっているだけで同じである。

いかにバンチ内の電子が狭い範囲にいるかを示すパラメータとして、電子ビームエミッタンスとエネルギーブレッドが用いられる。エネルギーブレッドはバンチ内電子のエネルギーのばらつきを、エミッタンスは電子バンチの空間的な広がりを各々表している。エミッタンスは水平方向と垂直方向について、電子ビーム径とビームの角度広がり の掛け算で定義され、一般に単位は  $\text{nm}\cdot\text{rad}$  や  $\text{mm}\cdot\text{mrad}$  が用いられている。光をレンズで集光する時と同じように、電子ビームも収束電磁石を使って小さく絞れば角度広がり は大きくなり、発散電磁石を使ってビーム径を大きくすれば角度広がり は小さくなる。しかしビーム径と角度広がり の掛け算であるエミッタンスは、常に不変量として電子ビームの品質を表している。つまりビームエミッタンスが小さい加速器ほど、電子や放射光が狭い範囲に集まっている高輝度光源となりうるのである。もちろん挿入光源として、ウイグラーではなくアンジュレータを使った方が、輝度が高くなることはいうまでもない。

## 5. アンジュレータ光の性質

### ・角度広がり

図 1 のようなプラナーアンジュレータによる電子 1 個からの放射光の角度広がり (全パワーの広がり) は  $K > 1$  の時、電子軌道が蛇行する X 方向には電子軌道の傾きである  $\frac{K}{\gamma}$  (図 3) 程度、電子軌道が一定である Y 方向には相対論的な速度をもつ電子からの放射角度  $\frac{1}{\gamma}$  (図 2) 程度となり、角度によって様々な波長の光がこの中に混ざっている。実際の放射光の角度広がり は、これら光の角度広がり と電子ビーム自体の角度広がり のコンボリユーションで求められる。

それでは実験で用いるアンジュレータ軸上基本波波長の光はどのぐらいの角度広がり をもっているのか? 光には不確定性原理から導かれる回折限界があり、波長  $\lambda$  の光の光源サイズ  $\sigma_r$  と角度広がり  $\sigma_r$  の積 (光のエミッタンス) は、 $\sigma_r \sigma_r \frac{\lambda}{4\pi}$  となる。これを長さ  $N\lambda_u$  (周期数  $\times$  周期長) のアンジュレータの場合に当てはめると、大雑把にいて図 6 のようになる。即ち、 $\sigma_r \sigma_r N\lambda_u$  とすれば  $\sigma_r \sqrt{\frac{\lambda N\lambda_u}{4\pi}}$ 、 $\sigma_r \sqrt{\frac{\lambda}{4\pi N\lambda_u}}$  程度になる。より正確にアンジュレータ光の光源サイズと角度

広がりを計算すると、 $\sigma_r = \frac{1}{4\pi} \sqrt{2\lambda N\lambda_u}$ 、 $\sigma_r = \sqrt{\frac{\lambda}{2N\lambda_u}}$  という値が得られる。実際のアンジュレータ

タでは、これら光のエミッタンスと電子ビームエミッタンスのコンボリューションが最終的な光源のサイズと角度広がりを決める。

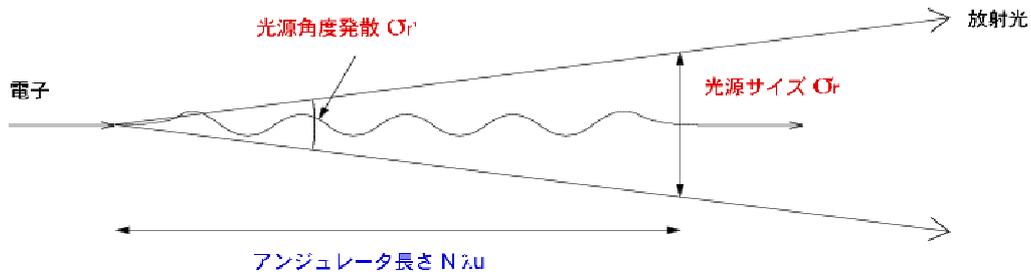


図6 アンジュレータの光源サイズ

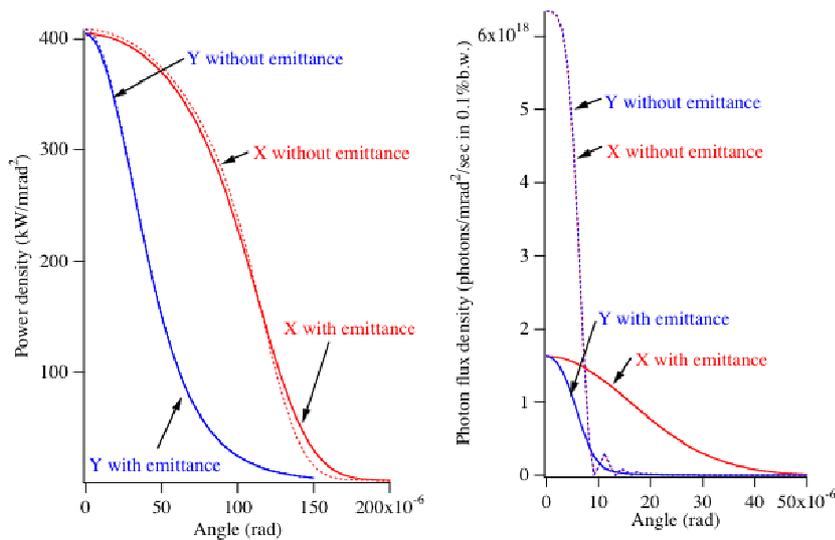


図7 アンジュレータ放射光の全パワー（左）と基本波（右）の角度分布

Xが水平軸上、Yは垂直軸上の分布で、点線は電子ビームのエミッタンスを0とした場合 (without emittance)。

(計算パラメータはSPring-8標準型真空封止アンジュレータでK=2とした)

実際に SPring-8 で最も多く使われている標準型真空封止アンジュレータ (周期長 3.2cm、周期数 140) について、全パワー分布と基本波 (K=2) の角度分布を計算してみる (図7)。SPring-8 の電子ビームのエミッタンスは水平方向が 6nmrad、垂直方向は 18pmrad で、電子ビームの広がりは水平が約 15 μrad、垂直が 2 μrad 程度である。これに対し 1 個の電子から放射されるパワー分布の広がりは  $\frac{1}{\gamma} 64\mu\text{rad}$ 、 $\frac{K}{\gamma} 128\mu\text{rad}$  であるので、図7の左図に示したように、放射光パワーの角度分布に電子ビームの広がり の影響はほとんど見られない。一方基本波波長 (約 0.2nm) の光の角度分

布は、回折限界から来る広がりが  $\sigma_r = \sqrt{\frac{\lambda}{2N\lambda_u}}$   $5\mu rad$  であるため、水平方向の角度広がりは電子

ビームの、垂直方向の広がりはほぼ光のエミッタンスで決まっていることがわかる（図7右図）。また図7からわかるように、全放射パワーの角度広がりは基本波の広がりよりも 10 倍近く大きく、スリット等を用いて軸上の基本波のみを切り出せば、余分な波長の光をシャットアウトすると同時に光学系への熱負荷を減らすことができる。

#### ・スペクトル

最後にアンジュレータの軸上放射光のスペクトルの例を、図8にあげる。計算で仮定したパラメータは図7と同じである。電子1個から放射される6.3keVの基本波（1次光）のスペクトル幅

はおよそ  $\frac{1}{N} = \frac{1}{140}$ （約50eV）であるのに対し、図8のスペクトルではかなり広がっている。これは、

電子ビームのエネルギーブレッド（SPring-8では0.1%）とエミッタンスによるものである。特に短波長光の光のエミッタンスは波長に比例して小さくなるため、相対的に電子ビームエミッタンスの効果が大きくなり、スペクトルの低エネルギー側にテールが現れる。これは、Z軸に平行でない電子からの放射光が、式(4)で  $\theta$  が0でない軸外の低エネルギー光として入ってくるためである。

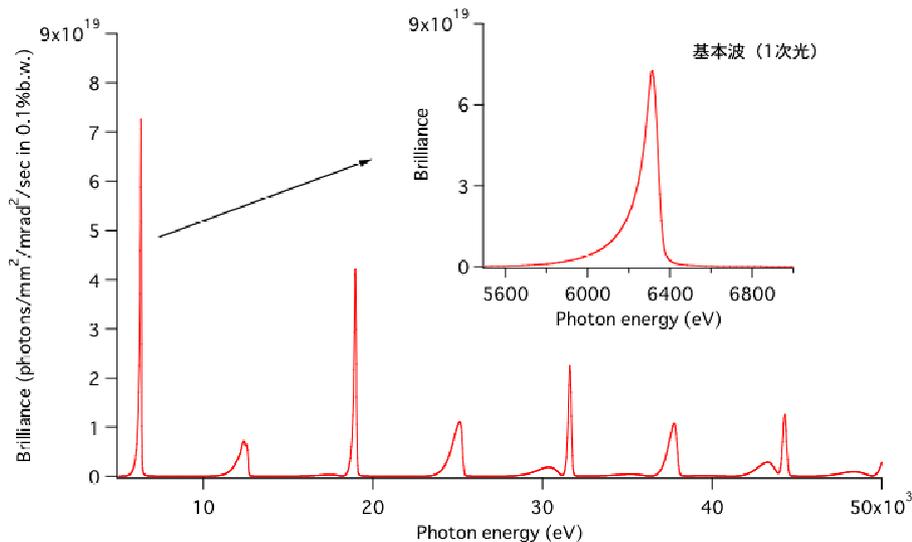


図8 アンジュレータの軸上放射光スペクトル  
 (計算パラメータはSPring-8標準型真空封止アンジュレータでK=2とした)

#### 6. おわりに

ここで述べたアンジュレータ光は電子1個からの光の干渉効果を使っているものの、その強度はバンチ内電子数に比例する熱的な光源で、ポーズ縮重度などはレーザー光には遠く及ばない。それに対し、各電子から出る光の位相を揃えることにより、電子数の2乗に比例するような光の放射を次世代放射光源と呼ばれる自由電子レーザーでは目指している。この次世代光源にもアンジュレータが使われていることを、最後に付け加えておく。