基礎講座1 放射光の発生

兵庫県立大学 高度産業科学技術研究所 橋本 智

1. 初めに

放射光(シンクロトロン放射光)は荷電粒子が加速度を受け、軌道が曲げられた時に放射する電磁 波である。放射光の持つ優れた特性(高輝度、指向性、波長連続性、偏光性、パルス性等)を生かし て最先端の研究が盛んに行われており、放射光施設は国内だけでも SPring-8、PF(高エネ研)、ニュー スバル (兵庫県立大学)、UVSOR(分子研)、HiSOR(広島大)他多数が稼働中であり、さらにいくつか の施設も現在計画中である。

放射光発生装置の構成要素には大きく分けて加速器(線形加速器および電子蓄積リング)、挿入光 源、ビームラインに分けられる。線形加速器で発生し加速された高エネルギー電子ビームは電子蓄積 リングに入射され長時間周回軌道を保ちながら蓄積される。電子が偏向電磁石または挿入光源を通過 した時に発生する放射光は分光器やミラーのあるビームラインを通って実験装置まで導かれる。

本講座では放射光の発生原理と特徴について解説するが、放射光の利用に際してはそれらを理解し ておく事が重要である。また放射光は相対論的電子ビームから発生するため、その性質についても述 べる。加速器の実例として SPring-8 線形加速器、兵庫県立大学ニュースバル電子蓄積リングを紹介す る。

2. 放射光とは何か?

放射光とは高速に近い速度を持った高エネルギー(相 対論的)電子ビームが外部磁場により軌道を曲げられ た(加速度を受けた)ときに発生する赤外線から硬X 線までの広い波長範囲を持つ高強度電磁波である。右 図にシンクロトロン放射光の波長領域を示す。

シンクロトロン放射光は以下に示すような特徴を持 つ。

- 1. 高強度、高い光子フラックス
- 2. 波長連続性。赤外線から硬×線までの広い範囲をカバーする。

3. 電子ビームサイズで決まる微小な光源サイズ。角度広がりが小さい。

4. 光源サイズと角度広がりが小さいことから来る高輝度、部分的コヒーレンス。

5. 偏光性。電子軌道面内では直線偏光、軌道面の上下では円偏光。

6. パルス時間構造。放射光のパルス幅、間隔は電子ビームで決まる。

7. 理論計算可能なスペクトル強度。

これらの特徴を生かして放射光は生物、化学、物理、医学等における基礎研究や応用研究、また半導体リソグラフィーやナノテクノロジー等の産業応用において強力なツールとなっている。



雷磁波スペクトル

図1. 放射光の波長領域

3. 相対論的電子ビーム

シンクロトロン放射光は相対論的な高エネルギー電子ビームから発生するので、放射光の説明に入る前に相対論的運動方程式と重要なパラメーターについて簡単に述べる。電場 *E*、磁場 *B*が存在する時、静止質量 *m*、素電荷 *e* の電子の運動方程式は次式で表される。

 $\gamma ma = F = e(E + v \times B) \qquad a : m \& g$

ここで γ はローレンツの相対論因子と呼ばれ、電子の運動エネルギー E_e を静止エネルギー $mc^2 = 0.511 MeV$ で規格化した値、つまり $\gamma = E_e/mc^2 = 1957 \cdot E_e[GeV]$ である。また電子の速度 vを光速 c で規格化した値 $\beta = v/c$ もよく使われる。

ニュースバルおよび SPring-8 の電子エネルギー、 γ 、 β を下表に示す。

	電子エネルギー[GeV]	γ	β
NewSUBARU	1.0	1957	0.999999869
SPring-8	8.0	15656	0.999999998

例えばニュースバルでは電子ビームは 1GeV (GeV はギガ電子ボルト。電子ボルトはエネルギーの 単位で 1eV は1ボルトの電圧で加速した時の荷電粒子のエネルギー。ギガは 10 の 9 乗。)で運転され るが、そのときの電子の速度は光速の 99.9999869%であり、質量は静止時の 1957 倍に達する。

4. 電子ビームからの放射光発生

相対論的電子からの放射の問題は、直感的には加速度の方向を向いた電気双極子からの放射が相対 論効果で速度方向に鋭く集中することで理解できるが、ここでは少しだけ数式を用いて放射光のパワ ー、周波数スペクトル、空間分布、実効的な強度等を評価してみる。

4-1. 観測時間と遅延時間

電子の速度が光速に比べて無視できない場合、二つの時間、つまり

観測時刻 (observer time)、 放射時刻 (emitter time) または遅延時刻 (retarded time) を考慮しないといけない。時間 t'に位置 \mathbf{r} にいた荷電粒子が距離 Rだけ離れた観測者に向けて電磁 波を放射する。この時、観測者は電磁波が距離 Rを伝搬するのに必要な時間だけ遅れて観測すること になる (図 2) ので観測時刻 t と遅延時刻 t'とは t = t' + R(t')/cの関係がある。この式を t'で微分す

ると
$$\frac{dt}{dt'}$$
 = 1 - $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta} = 1 - \beta \cos\theta \approx \frac{1}{2\gamma^2} (1 + \gamma^2 \theta^2)$ となる。ここで $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ は \mathbf{R} 方向の単位ベクトル



るが、観測者が電子の運動の接線方向に近い($\theta \approx 0$)とすると、観測時刻と遅延(放射)時刻との 関係は $\Delta t \sim \Delta t'/\gamma^2$ となり、観測される放射光のパルス幅は圧縮されて非常に短くなる。時間幅 Δt が 短い事は観測される周波数が $\omega \sim 1/\Delta t \sim \gamma^3 c/\rho$ 程度までの高い周波数成分を持ち、放射光スペクト ルが広い事を示している。ここで ρ は電子軌道の曲率半径である。

4-2. 相対論的電子ビームの作るポテンシャルと場

ゆっくり動く(相対論的でない)荷電粒子の作るスカラーポテンシャルΦ、ベクトルポテンシャル *A*は荷電粒子から観測点までの距離を*R*、荷電粒子の速度を*v*とすると次式で表される。

$$\Phi = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R}, \qquad A = \frac{ev}{4\pi\varepsilon_0 R} \tag{1}$$

一方、荷電粒子が相対論的速度を持つ場合には先に述べた遅延時刻を考慮しなければならない。この時スカラーおよびベクトルポテンシャル(Lienard-Wiechrtのポテンシャルと呼ばれる)は

$$\Phi(t) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{R(1 - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\beta})} \right]_{ret}, \quad \boldsymbol{A}(t) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{\boldsymbol{v}}{R(1 - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\beta})} \right]_{ret}$$
(2)

となる。ここで ret は遅延時刻(retarded time)を意味する。電磁場はスカラーおよびベクトルポテンシャルを用いて Maxwell 方程式 $E = -\nabla \Phi - \mu_0 \frac{\partial A}{\partial t}$ 、 $B = \mu_0 (\nabla \times A)$ を適用して求めることが出来る。ここでは結果だけを示すと観測点での電場および磁場は次式で表される。

$$\boldsymbol{E}(t) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}}{R^2 \gamma^2 (1 - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3} \right]_{ret} + \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 c} \left[\frac{\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}}{R^2 (1 - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\beta})} \right]_{ret}, \quad \boldsymbol{B}(t) = \frac{\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E}(t)}{c}$$
(3)

上式から相対論的荷電粒子からの放射場は以下のような特徴を持つことが分かる。

- 1. 電場ベクトルと磁場ベクトルは直交する
- 2. 静止した電荷の場合 $\beta = \dot{\beta} = 0$ 、クーロンの法則 $E(t) = en/4\pi\varepsilon_0 R^2$ に帰着する。
- 3. 電場の式の第一項は加速度 β に依存しない。また距離 R の自乗に反比例するので長距離では 無視できる。

4. 電場の式の第二項は加速度 β に依存する。距離 R に反比例するので長距離でも無視できない。 通常、放射光の観測は光源よりも十分離れた点で行われるので以下の解析では第一項を無視して第二 項のみを取り扱う。

4-3. 放射パワー

放射場エネルギーの流れはポインティングベクトル $S = (E \times B)/\mu_0$ により表され、方向Sの単位面積あたりに流れるエネルギーを意味する。電荷から距離Rだけ離れた単位立体角あたりのエネルギーは

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = R^2 (\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{n}) = \frac{1}{\mu_0 c} |\boldsymbol{R}\boldsymbol{E}|^2$$
(4)

上式で*E*は遅延時刻*t*[']の関数として与えられているので、単位遅延時刻あたりの量に書き直す。

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{dP(t)}{d\Omega}\frac{dt}{dt'} = \frac{dP}{d\Omega}(1 - \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\beta})$$
(5)

(3)-(5)式を用いると一個の電子が任意の軌道 β , β を持つ場合に観測される放射パワーの角度分布は

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 c} \frac{\left| \boldsymbol{n} \times \left\{ (\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right\} \right|^2}{\left(1 - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\beta} \right)^5}$$
(6)

となる。 $\beta \ge \beta \ge \delta$ とが平行 ($\beta / / \beta$)の場合と垂直 ($\beta \perp \beta$)の場合について上式を書き直すと (角度 θ , ϕ は図 3 参照)

平行の時:
$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{e^2 \dot{\beta}^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 c} \frac{\sin^2 \theta}{\left(1 - \beta \cos \theta\right)^5}$$
 (7)

垂直の時:
$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{e^2\dot{\beta}^2}{16\pi^2\varepsilon_0 c} \frac{(1-\beta\cos\theta)^2 - (1-\beta^2)\sin^2\theta\cos^2\phi}{(1-\beta\cos\theta)^5}$$
 (8)



これらを図示したのが図4である。蓄積 リングに蓄積された電子は周回軌道を取 る。すなわち加速度 β は β に対して垂直 になる。電子の速度が光速に近づく ($\beta \approx 1$)につれて放射パワーの角度分布 は電子の進行方向に鋭く集中し、その強 度も著しく増大する。これは $\beta \approx 1$ および $\theta << 1$ の時、上式の分母が0に近づく為

に起こる。 $(1 - \beta \cos \theta)^{-1}$ が最大値の 1/2 になる角度を θ_{sr} とすると $\theta_{sr} = \sqrt{2\left(\frac{1}{\beta} - 1\right)} = \frac{1}{\gamma}$ となり、こ

の角度広がりの中にほとんど全ての放射パワーが存在することになり、放射光の指向性が高い事が 分かる。



図 4 (a) $\beta \geq \dot{\beta}$ が平行の場合

図 4 (b) $\beta \geq \dot{\beta}$ が垂直の場合

4-4. 周波数スペクトル

これまで相対論的荷電粒子が放射する電磁場を時間領域で解析してきたが、放射場の周波数解析 を行うにはフーリエ変換

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{i\omega t} dt$$
(9)

を用いる。一個の電子の通過による観測点での単位立体角あたりの全放射エネルギーの角密度は

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int \frac{dP(t)}{d\Omega} dt = \frac{1}{\mu_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} (RE)^2 dt = \frac{1}{\mu_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} 2\left|R\tilde{E}(\omega)\right|^2 d\omega$$
(10)

上式を書き直すと単位立体角、単位周波数あたりの全放射エネルギーは

$$\frac{d^2 W}{d\Omega d\omega} = \frac{1}{2\pi\mu_0 c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} (RE) e^{i\omega t} dt \right|^2$$
(11)

となり、観測点での電場のフーリエ変換の自乗に比例することが分かる。電場の式を用いて遅延時刻 による表記に書き直すと

$$\frac{d^{2}W}{d\Omega d\omega} = \frac{e^{2}}{16\pi^{3}\varepsilon_{0}c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\left| \mathbf{n} \times \left\{ (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right\} \right|^{2}}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^{5}} \right]_{ret} e^{i\omega t} dt \right|^{2}$$
$$= \frac{e^{2}}{16\pi^{3}\varepsilon_{0}c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\left| \mathbf{n} \times \left\{ (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right\} \right|^{2}}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^{5}} \right]_{ret} e^{i\omega \left(t' + \frac{R(t')}{c} \right)} dt' \right|^{2}$$
(12)

上式が任意の速度 β 、加速度 β を持った相対論的電子からの放射スペクトルを表すのであるが、蓄積 リングの様に周回軌道を取る場合($\beta \perp \beta$)、以下のようにもう少し簡単に表す事が出来る。

$$\frac{d^2 W}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 \varepsilon_0 c} \gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \left(1 + \gamma^2 \psi^2\right) \left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\gamma^2 \psi^2}{1 + \gamma^2 \psi^2} K_{1/3}^2(\xi)\right]$$
(13)

$$\xi = \frac{\omega}{2\omega_c} \left(1 + \gamma^2 \psi^2\right)^{3/2}, \qquad \omega_c = \frac{3c}{2} \frac{\gamma^3}{\rho}$$
(14)

(13)式によりエネルギーγの電子ビームが放射する周波数ωの放射光を角度ψ
 離れた観測点で観測した時の強度を評価できる。(13)式のKは変形ベッセル関数であり、第一項は電子の軌道面に平行な電場成分(水平偏光)、第二項は垂直な電場成分(垂直偏光)を表す。ω_cは臨界周波数と呼ばれる。図5に



 $\omega / \omega_c = 0.01, 0.1, 1, 3$ の周波数の異なる場合の放射光の角度分布を示す。実線は水平偏向、破線は 垂直偏向を示す。短波長成分ほど角度広がりが小さい事が分かる。

4-5. 放射光の全放射パワー

ー個の電子による円形軌道放射の場合、(一回通り過ぎる時の)瞬間的な、(全周波数、全立体角 で積分した)全放射パワーは結果だけ示すと $P = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{4\pi\epsilon_0} \frac{\beta^4 \gamma^4}{\rho^2}$ となり、全放射パワーは電子ビーム エネルギーの4乗に比例し、ビーム軌道の曲率半径の2乗に反比例する。また電子が蓄積リングを一 周する間の放射光として失うエネルギーは上式をリングー周について積分すれば求める事が出来る。

$$U_{0} = \oint \frac{P}{\beta c} ds = \frac{2}{3} \frac{e^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}} \beta^{3} \gamma^{4} \oint \frac{ds}{\rho^{2}} = \frac{e^{2}}{3\varepsilon_{0}} \frac{\beta^{3} \gamma^{4}}{\rho}$$
(15)

実用的な単位系で書き直すと

$$U_0[eV] = 8.85 \times 10^4 \frac{E^4[GeV]}{\rho[m]} = 2.65 \times 10^4 E^3[GeV]B[T]$$
(16)

電子ビームの場合は蓄積リングー周で放射される全パワーは $P_b = \frac{U_0 N_e}{T_0} = \frac{U_0 I_b}{e}$ で表される。ここ で I_b : 平均ビーム電流、 T_0 : 電子の周回周期、 N_e : リング中の電子数。ニュースバルでは E = 1.0GeV, $\rho = 3.2$ m, $I_b = 0.3$ A であるので、 $U_0 = 27.7 keV$, $P_b = 8.3 kW$ となる。

4-6. 放射光の実効強度

これまでは放射光発生原理を見るために一個の電子だけを考えて来たが、実際には蓄積リング内の 電子ビーム(多数の電子の集まり)は有限の発散角度とビーム径を持つ。(13)式は一個の電子が一度 通り過ぎる間の単位立体角 dΩ、単位周波数 dωあたりのエネルギーを表したが、ビームの場合の毎 秒立体角あたり、周波数あたりの全放射エネルギーは

$$\frac{d^2 P}{d\Omega d\omega} = \frac{d^2 W}{d\Omega d\omega} \frac{I_b}{e}, \qquad I_b: 平均ビーム電流$$
(17)

また放射光強度を毎秒あたりの光子数で表すと便利であり、良く使用される。これはある周波数幅の 放射パワーをその周波数での光子エネルギーーで割ることにより得られる。

$$\frac{d^{2}F}{d\Omega d\omega/\omega} = \frac{d^{2}P}{d\Omega d\omega} \frac{1}{\hbar}, \qquad \qquad \hbar = \frac{\hbar}{2\pi}, \quad h: \mathcal{I} \ni \mathcal{I} \not \Rightarrow \mathcal{I}$$
(18)

実用的な単位系で表すと

$$\frac{d^2 F}{d\Omega d\omega/\omega} = 1.325 \times 10^{13} E^2 [GeV] I_b [A] \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \left(1 + \gamma^2 \psi^2\right) \left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\gamma^2 \psi^2}{1 + \gamma^2 \psi^2} K_{1/3}^2(\xi)\right]$$
(19)

となる。これは毎秒、単位周波数あたりの光子数であり、光子フラックス(単位は photons/sec/0.1%bandwidth)と呼ばれる。また光子フラックスを水平及び垂直方向の光源全体の発散角

度で割って得られた

$$(Flux density) = \frac{(Flux)}{2\pi\Sigma_{x'}\Sigma_{y'}}$$
(20)

は毎秒、単位周波数あたり、単位立体角あたりの光子数であり、光速密度(photon flux density)であ り、単位は photons/sec/mrad2/0.1%bandwidth で表される。さらに光速密度を水平及び垂直方向の実効 的な光源サイズで割った

$$(Brilliamce) = \frac{(Flux \, density)}{2\pi\Sigma_x \Sigma_y}$$
(21)

は輝度 (Brilliance, Brightness) と呼ばれ、単位は photons/sec/mrad2/mm2/0.1%bandwidth である。ここ で $\Sigma_{x'} = \sqrt{\sigma_{x'}^2 + \sigma_{p'}^2}$ 、 $\Sigma_{y'} = \sqrt{\sigma_{y'}^2 + \sigma_{p'}^2}$ は x, y 方向の光源全体の発散角度、 $\Sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_p^2}$ 、 $\Sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_p^2}$ は x, y 方向の実効的光源サイズであり、 $\sigma_{x'}, \sigma_{x'}$ は水平、垂直方向の電子ビームの

発散角度、 $\sigma_{p'}$ は光子の発散角度 である。

放射光リングの特徴や性能を 表すために放射光の利用目的に応 じて光子フラックス、光速密度、 輝度を使い分けている。右図はニ ュースバルでの 1.0GeV と 1.5GeV 運転時の光子フラックスである。 同じリングでも電子エネルギーが 高いと短波長(高エネルギー)領 域の光子数が増加するのが分かる。



5. 電子ビームの発生と加速 (SPring-8 線型加速器)

SPring-8 の線形加速器(Linear accelerator、略して Linac、ライナック、リナックとも呼ばれる)を例に 電子ビームの生成と加速の様子を述べる。電子銃で 生成された電子ビームは全長 140m の線型加速器によ ってエネルギー1.0GeV まで加速される。電子ビーム の加速は強電場によって行われるが直流電圧ではそ れはどの加速が出来ないので高周波電界が用いられ る。長さ 3m の高周波加速管 26 本が一直線に配置さ れており、電子ビームはその直線を通過する間に徐々 にエネルギーを得て加速される。



図7 SPring-8 線型加速器

6. 電子ビームの蓄積と放射光の発生(ニュースバル電子蓄積リング)

兵庫県立大学のニュースバル電子蓄積リン グを例に実際の放射光リングを紹介する。線 形加速器で生成し加速されたエネルギー 1.0GeV の高エネルギー電子ビームはビーム 輸送系を通ってニュースバル電子蓄積リング に入射される。

磁場強度(約1 テスラ)の偏向電磁石 12 台をリングー周に配置し、電子ビームの軌道 を曲げて周回軌道を作り電子ビームを長時間 蓄積する。偏向電磁石で電子ビームの軌道が 曲げられた時にビーム軌道の接線方向に放射



図8 ニュースバル電子蓄積リング

光が発生する。発生した放射光はビームラインを通って蓄積リングの外側にある実験ステーションま で導かれる。

電子ビームを長時間蓄積する為に電子ビームの通る容器は超高真空状態に保たれるが、一度蓄積リ ングに入射された電子ビームは永久に蓄積されるわけではない。真空中のわずかな残留ガス分子との 衝突やビーム内の電子同士のクーロン散乱等によって電子が徐々に失われるためである。蓄積中のビ ーム電流が 1/e に減衰する時間をビーム寿命と呼ぶ。一般的にビーム寿命は数時間~10数時間のオ ーダーであるから、定期的に数時間毎にビームを入射するか、数秒~1分毎に入射して電流値を一定

に保ちながら(トップアップ運転)運転を行う。高エネルギー電子が安定な軌道を外れて真空容器の壁に衝突した時などに放射線が発生するため、蓄積リングはコンクリート製の遮蔽トンネルで覆われている。最後にニュースバルとSPring-8の比較を右に示す。

	ニュースバル	SPring-8
リング周長	118.m	1436m
ビームエネルギー	1.0 – 1.5 GeV	8.0 GeV
最大ビーム電流	500 mA	100 mA
臨界波長	1.8 nm	0.044 nm
波長領域	軟X線	硬X線
ビームライン数	8	62
主な利用目的	産業利用	基礎研究

7.参考文献(放射光の発生、加速器についてより詳しく知りたい方の為に)

- [1] Classical Electrodynamics, J.D.Jackson,, JOHN WILEY & SONS.
- [2] シンクロトロン放射光の基礎、大柳編、丸善
- [3] シンクロトロン放射技術、冨増編著、工業調査会
- [4] 加速器科学(パリティ物理学コース)、亀井、木原共著、丸善
- [5] Accelerator Physics, S.Y. Lee, WorldScientific
- [6] Synchrotron Radiation Sources, H.Winick, World Scientific
- [7] Particle Accelerator Physics, H.Wiedemann, Springer-Verlag
- [8] The Physics of Synchrotron Radiation, A.Hofmann, Cambridge Univ. Press